

# La synthèse topologique de mécanismes cinématiques. Application dans la description de la structure principale des robots-industriels

**Peter MITROUCHEV**

Laboratoire G-SCOP  
46, av Félix Viallet  
38031 Grenoble Cedex  
[www.g-scop.inpg.fr](http://www.g-scop.inpg.fr)

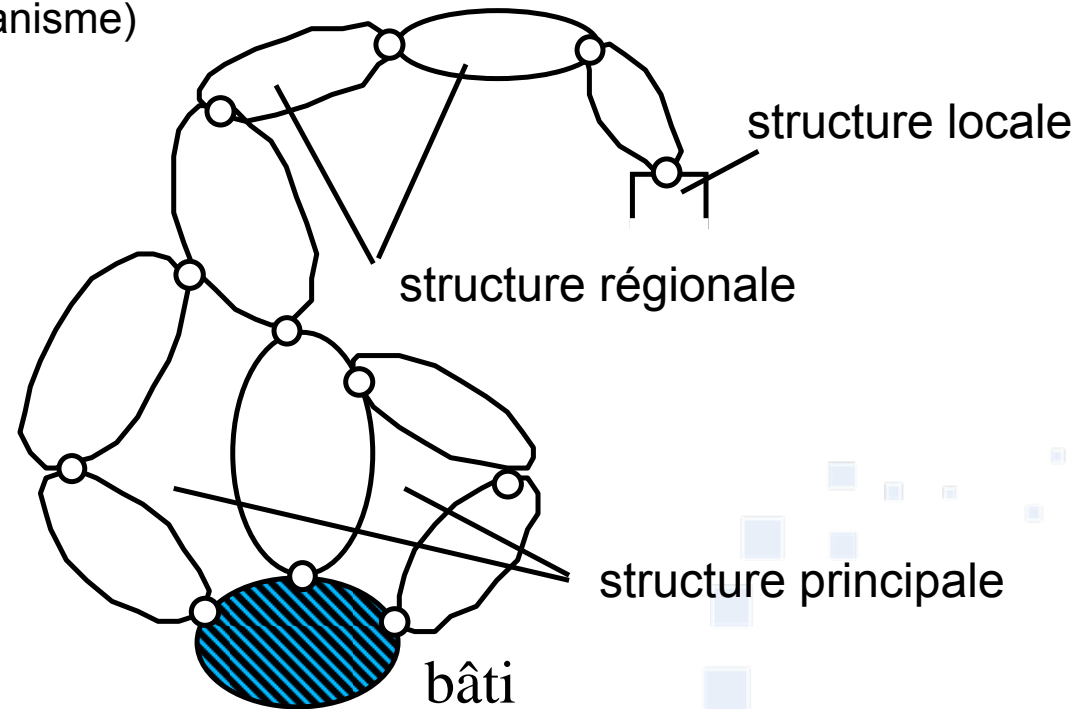
- ***Notations et restrictions***
- ***Problématique***
- ***Etat sur l'existant***
- ***Objectifs***
- ***Méthode proposée et résultats***
- ***Applications***
- ***Conclusions et perspectives***

## Structures *planes*

### Système de Manipulation (SM)

$G_{M-N}^j$  : structure principale fermée (mécanisme)

- M - nb. degrés de mobilité,
- N - nb. segments du mécanisme,
- j - numéro arbitraire du mécanisme



- La Théorie des Mécanismes et des Machines (TMM) a largement contribué à la synthèse des mécanismes plans et spatiaux à différents degrés de mobilité
- Certains robots industriels actuels ont des structures principales issues des graphes cinématiques fournis par la TMM

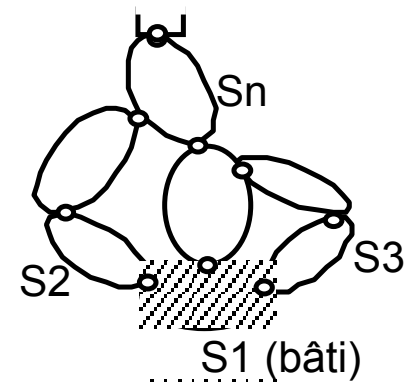
# Synthèse des chaînes cinématiques. Méthodes :

- méthodes intuitives et euristiques [Crosley 1964, Manolescu 1964, Hunt 1978, ...]
- théorie des graphes [Freudenstein 1964, Crossley 1965, Dobrjanskyi 1967, Woo 1967(lemme de Burnside), Freudenstein 1967 ...]
- transformer des chaînes binaires [Manolescu 1973, Mruthyunjaya 1979, Mruthyunjaya 1984a, Mruthyunjaya 1984b, Mruthyunjaya 1984c, ... ]
- groupes d'Assur [Manolescu 1964, Manolescu 1965, Manolescu 1979, Manolescu 1967, Crossley 64a, Manolescu 1987, Tischler 1995 ...]
- notation de Franke [Davies 1964, Crossley 1966, ...]
- algorithmes génétiques [Chedmail 1995, Yannou 97, Rao 2001, Abo-Hammour 02, ...]
- réseaux de neurones [Chedmail 1995, Cabrera 2002, Laribi 2004, Karouia 2005, ...]

- Certaines des méthodes proposées pour la synthèse des chaînes cinématiques donnaient différents résultats concernant le nombre de structures possibles
- De nombreuses méthodes et paramètres de description de mécanismes en robotique sont apparus avec la création des systèmes de CAO [Warnecke 77, Coiffet 92]. Les méthodes existantes peuvent être regroupées en deux classes :
  - méthodes pour la description en vue d'une classification Roth-Pieper [Pieper 68 , Pieper 69 Roth 76, ...],
  - méthodes destinées à l'élaboration de modèles mathématiques [Borel 79, Khalil 76, Renaud 75, Tournon 84, ...]
- Concernant la description topologique seule la méthode de Roth-Pieper est orientée vers la description des mécanismes en vue d'une classification des robots

- Proposer une méthode (extension de Groupes d'Assur) de synthèse symbolique des graphes cinématiques en robotique en utilisant la théorie des GSM et les graphes associés aux lois de **connectivité** et de **mobilité** des mécanismes
- Contribuer à la synthèse de graphes cinématiques plans de différents niveaux en appliquant des **équations logiques** associées aux GSM de type A2, A4, A6... et aux structures fermées de type G4, G6, G8...
- Proposer une méthode de description des structures planes ouvertes et fermées pour des mécanismes en robotique en fonction de leur degré de complexité

- Soit une structure plane comportant  $N$  segments de type quelconque et  $C$  couples cinématiques de classe quelconque (chaîne fermée).
- Le segment  $S_1$  est le bâti supposé fixe.  
 $N^* = N - 1$ , nombre de segments mobiles
- Question : pour un nombre de degrés de mobilité souhaités  $M$ , quelles sont les possibilités de lier les  $N$  segments par les  $C$  couples cinématiques (liaisons) dans un système mécanique articulé ?





- La loi générale de Gauhmann, relation entre le nombre de couples cinématiques et le nombre de segments

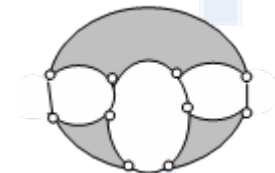
[Konstantinov 1983] :

$$C=I+N \quad (1)$$

avec :

$I=R-2$       nombre structurel, représentant le niveau de la complexité de la structure,

$R$       nombre de boucles fermées dans la chaîne qui permettent de "lire" (parcourir) chaque couple cinématique deux fois (ex.  $R=4$ ).



- Loi générale de mobilité de Chebychev–Grübler–Kutzbach révisée par Gogu (Gogu 2005) : relation entre le nombre de degré de mobilité et le nombre de couples cinématiques

$$M = \sum_{i=1}^C f_i - r \quad (2)$$

avec :  $f_i$ - degrés de mobilité (liberté) de la  $i$ -ème liaison,

$C$  - le nombre totale de liaisons,

$r$  - le nombre de paramètres de liaisons qui perdent leur indépendance après fermeture de la chaîne .

Pour des structures articulées planes l'équation (2) devient :

$$M + 3(1 + I) = C_5 + 2C_4 \quad (3)$$

Les équation (1) et (3) vont nous permettre de calculer le nombre de segments et de couples cinématiques des structures planes de différents niveaux ( $I$ ) pour un degré de mobilité  $M$  imposé.

**Equations logiques** [Mitrouchev 2001, Mitrouchev 06] : associat. de 2 éléms.

- $A_{i,j}$  est un GSM (groupe d'Assur ou leurs dérivées) ouverts ou fermés, avec des liaisons extérieures libres qui deviennent actives lorsque le groupe est connecté
- $G_{k,l}$  groupe fermé (structure) sans liaisons extérieures libres.

Le résultat de cet association est une structure cinématique fermée ayant  $M$  degrés de liberté et comportant  $N$  éléments, notée  $G_{M,N}$ . Combinaisons possibles :

1. Deux groupes identiques GSM, par exemple:

$$A_{i,j} + A_{i,j} = G_{M,N}$$

avec:  $M=2i+1$ ; pour  $M=1$  et  $l=0,2$   
pour  $M=2, 3$  et  $l=0$

$$N=2j.$$

2. Deux groupes GSM différents, par exemple:

$$A_{i,j} + A_{i',j'} = G_{M,N}$$

avec:  $M=i+i'+1$ ; pour  $M=1$ , et  $l=1,2,3$   
pour  $M=2$ , et  $l=0$

$$N=j+j'.$$

3. Un groupe GSM et un groupe fermé de type  $G_{k,l}$ :

$$A_{i,j} + G_{k,l} = G_{M,N}$$

avec:  $M=i+k$ ; pour  $M=1$ , et  $l=1,2,3$   
pour  $M=2,3$  et  $l=1,2$

$$N=j+l$$

L'association de deux groupes fermés n'est pas possible

## *Mécanismes à un degré de mobilité ( $M=1$ )*

- *Premier niveau d'abstraction,  $l=0$*

- L'équation (1) donne  $C=N$ .
- Pour  $C=N=4$  on a une structure mono contour mobile appelée groupe de type G4.

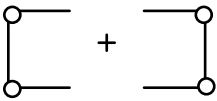

Pour  $M=1$ , l'équation (3) donne :

$$C_5 + 2C_4 = 4 \tag{4}$$

- solutions possibles : a)  $C_4=0, C_5=4$ , b)  $C_4=1, C_5=2$ , c)  $C_4=2, C_5=0$

A partir de la solution (a) on peut synthétiser une seule structure plane fermée de type G4 et noté  $G_{1-4}$  par l'équation logique :

$$A_{0-2} + A_{0-2} = G_{1-4} \quad (5)$$

équation logique	schéma	struct. fermée
$A_{0-2} + A_{0-2} = G_{1-4}$		

Les graphes cinématiques des trois structures de la solution (b) représentant les mécanismes à came

En substituant un couple cinématique de quatrième classe par deux couples cinématiques de cinquième classe (**équivalence cinématique**), la solution (c) pour des mécanismes plans est cinématiquement équivalente à la solution (a).

- **Deuxième niveau d'abstraction,  $l=1$**

La loi de génération de paquet de modules élémentaires permet de calculer le nombre des segments ternaires, quaternaires et plus dans une chaîne fermée [Konstantinov 83].

$$2I = \sum_{j=3}^r (j-2)n_j \quad (6)$$

Pour  $l=1$  on a  $N_3=2$ , (deux segments ternaires dans la chaîne fermée).  
L'équation (3) donne :

$$7 = C_5 + 2C_4 \quad (7)$$

dont les solutions possibles sont :

a)  $C_4=0, C_5=7$ ; b)  $C_4=1, C_5=5$ ; c)  $C_4=2, C_5=3$  et d)  $C_4=3, C_5=1$

Le nombre de segments est calculé par l'équation (1), on a :

$$N = C - I = 6 \quad (8)$$

- Par conséquent le nombre de segments binaires est :

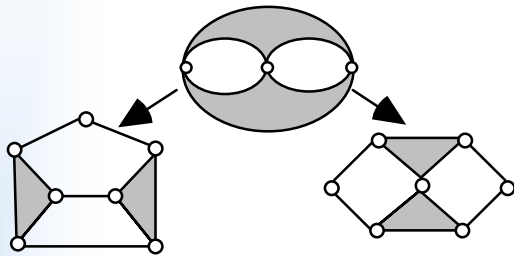
$$N_2 = N - N_3 = 4 \quad (9)$$

- Les structures planes de deuxième niveau, de type G6 et notées  $G_{1-6}$  sont générées à partir des équations logiques :

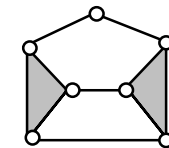
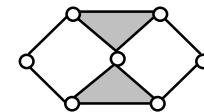
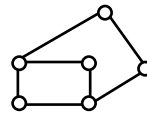
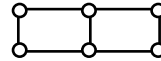
$$G_{1-4} + A_{0-2} = G_{1-6} \quad (10)$$

$$A_{0-4} + A_{0-2} = G_{1-6} \quad (11)$$

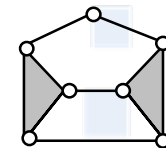
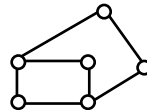
L'équation (10) admet deux solutions (structures de Watt et Stephenson),  
l'équation (11) donne une solution (structure de Stephenson).



$$G_{1-4} + A_{0-2} = G_{1-6}$$



$$A_{0-4} + A_{0-2} = G_{1-6}$$



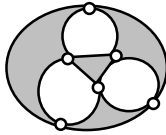
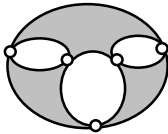
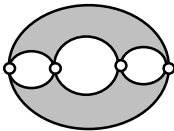


- **Troisième niveau d'abstraction,  $l=2$**

De l'équation (6) le nombre de segments est :

$$N_3 + 2N_4 = 4 \quad (12)$$

dont les solutions possibles et les structures fermées associées sont :

solution	a) $N_3=4, N_4=0$	b) $N_3=2, N_4=1$	c) $N_3=0, N_4=2$
structure fermée associée			

- Pour le cas de structure plane, le nombre de segments binaires est :

$$N_2 = N_0 + \sum_{j=4}^{R=I+2} (j-3)N_j \quad (13)$$

avec :  $N_0=M+H$  nombre de segments dans la chaîne principale de Crossley, donc  $N_0=1+3=4$  d'où :

$$N_2 = 4 + \sum_{j=4}^R (j-3)N_j \quad (14)$$

- Pour  $I=0$  et  $I=1$  cette dernière équation n'a pas de sens. Pour  $j \leq 3$ , on a toujours  $N_2=4$ , donc pour avoir un mécanisme mobile il faut quatre segments binaires, d'où pour  $j=4$  :

$$N_2 = 4 + N_4 \quad (15)$$

dont les solutions possibles sont :

- a)  $N_2=4$ ,  $N_4=0$ , b)  $N_2=5$ ,  $N_4=1$ , c)  $N_2=6$ ,  $N_4=2$  et d)  $N_2=7$ ,  $N_4=3$

- Les trois solutions communes de (15) et (12) sont a), b) et c).
- Les structures planes de troisième niveau, de type G8 et notées  $G_{1-8}$  sont obtenues à partir des 4 équations logiques :

$$G_{1-6} + A_{0-2} = G_{1-8} \quad (16)$$

$$G_{1-4} + A_{0-4} = G_{1-8} \quad (17)$$

$$A_{0-4} + A_{0-4} = G_{1-8} \quad (18)$$

$$A_{0-2} + A_{0-6} = G_{1-8} \quad (19)$$

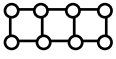

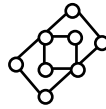
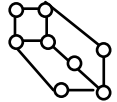
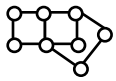
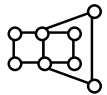
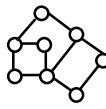
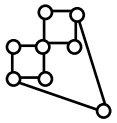
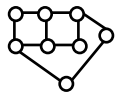
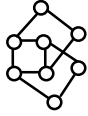
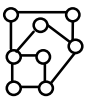
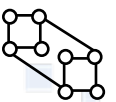

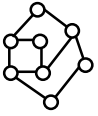
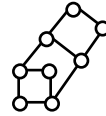
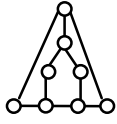
- l'équation (16) donne 12 structures dont 6 structures (Watt+A2) et 6 structures (Stephenson+A2),
- l'équation (17) donne 2 structures et un double (isomorphe),
- l'équation (18) donne 1 structure, un défaut (structure dégénérée) et 1 double,
- l'équation (19) donne 1 structure et 2 doubles.

Soit au total : 16 structures

---

Gruebler [Gruebler 1887] :	12 structures;
Alt [Alt 1921] :	+4 structures;
Hain [Hain 1955] :	16 structures
Manolescu [Manolescu 1964] :	16 structures (groupes d'Assur, 5 étapes : structures 7+5+2+1+1)

( $M=1$ )

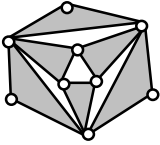
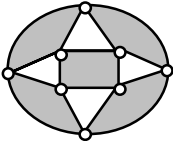
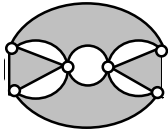
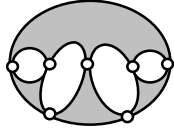
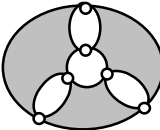
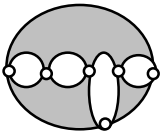
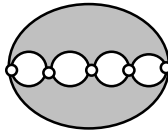
Notation	Structure	Notation	Structure	Notation	Structure	Notation	Structure
G1-8,1		G1-8,5		G1-8,9		G1-8,13	
G1-8,2		G1-8,6		G1-8,10		G1-8,14	
G1-8,3		G1-8,7		G1-8,11		G1-8,15	
G1-8,4		G1-8,8		G1-8,12		G1-8,16	

- **Quatrième niveau d'abstraction, l=3**

Le nombre des segments ternaires, quaternaires et plus est calculé à partir de

l'équat. (6) : 
$$6 = N_3 + 2N_4 + 3N_5 \quad (20)$$

dont les solutions possibles et les structures fermées associées sont :

solution	a) $N_3=6, N_4=0, N_5=0$	b) $N_3=4, N_4=1, N_5=0$	c) $N_3=2, N_4=2, N_5=0$	d) $N_3=3, N_4=0, N_5=1$
structure fermée associée				
solution	e) $N_3=0, N_4=3, N_5=0$	f) $N_3=1, N_4=1, N_5=1$	g) $N_4=0, N_4=0, N_5=2$	
structure fermée associée				

( $M=1$ )

- Le nombre de segments binaires, ternaires (et plus) .... est calculé à partir de l'équation (14) :

$$N_2 = 4 + N_4 + 2N_5 \quad (21)$$

dont les solutions possibles sont :

- a)  $N_2=4, N_4=0, N_5=0$ , b)  $N_2=5, N_4=1, N_5=0$ , c)  $N_2=6, N_4=2, N_5=0$ , d)  $N_2=6, N_4=0, N_5=1$ , e)  $N_2=7, N_4=3, N_5=0$ , f)  $N_2=7, N_4=1, N_5=1$ , g)  $N_2=8, N_5=2$  et h)  $N_2=8, N_4=4, N_5=0$ .

Les solutions communes de (21) et (20) sont a), b), c), d), e), f) et g).

(M=1)

- Les structures planes de quatrième niveau, de type G10 et notées  $G_{1-10}$ , sont générées à partir des 5 équations logiques :

$$G_{1-8} + A_{0-2} = G_{1-10} \quad (22)$$

$$G_{1-6} + A_{0-4} = G_{1-10} \quad (23)$$

$$G_{1-4} + A_{0-6} = G_{1-10} \quad (24)$$

$$G_{1-4} + A_{0-6} = G_{1-10} \quad (25)$$

$$A_{0-6} + A_{0-4} = G_{1-10} \quad (26)$$

L'équation (22) donne 50 structures, (23) donne 95 structures, (24) donne 57 structures (25) en donne 15 et (26) donne 13, soit au total 230 structures obtenues aussi par Woo [Woo 1967] en utilisant la théorie des graphes

Klein 1917 : 228 structures,

Alt 1953 [Freudenstein 1974] : 226 structures

Crossley [Crossley 1964b] 222 structures (méthode intuitive)

Crossley [Crossley 1966] 230 structures

Davies and Crossley [Davies 1966] (notations de Franke) 230 structures.

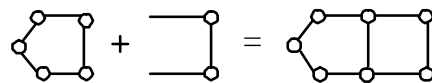
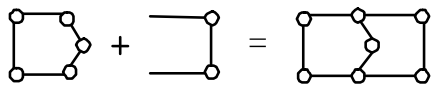
## Mécanismes à deux degrés de mobilité ( $M=2$ )

- Pour  $I=0$ , la seule structure cinématique de type G5, noté  $G_{2-5}$  est fournie par le schéma suivant :

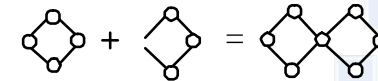
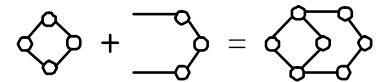
équation logique	schéma	struct. fermée
$A_{0-2} + A_{1-3} = G_{2-5}$		

- Pour  $I=1$ , les quatre structures planes de deuxième niveau, de type G7 et notées  $G_{2-7}$  sont :

$$G_{2-5} + A_{0-2} = G_{2-7}$$



$$G_{1-4} + A_{1-3} = G_{2-7}$$



Tuttle [Tuttle 1996] : 3 structures



- **Pour  $l=2$** , les structures planes de troisième niveau, de type G9 et notées  $G_{2-9}$  sont générées par les 4 équations logiques :

$$G_{2-7} + A_{0-2} = G_{2-9} \quad (27)$$

$$G_{2-7} + A_{0-2} = G_{2-9} \quad (28)$$

$$G_{1-6} + A_{1-3} = G_{2-9} \quad (29)$$

$$G_{1-4} + A_{1-5} = G_{2-9} \quad (30)$$

L'équation (27) donne 16 structures, (28) donne 13 structures, (29) donne 7 structures et (30) en donne 4 : soit au total 40 structures, aussi trouvées par Manolescu [Manolescu 1964] par la méthode des groupes d'Assur.

---

Crossley [Crossley 1964 ] : 37 structures

Davies and Crossley [Davies 1966] : 40 structures (notations de Franke)

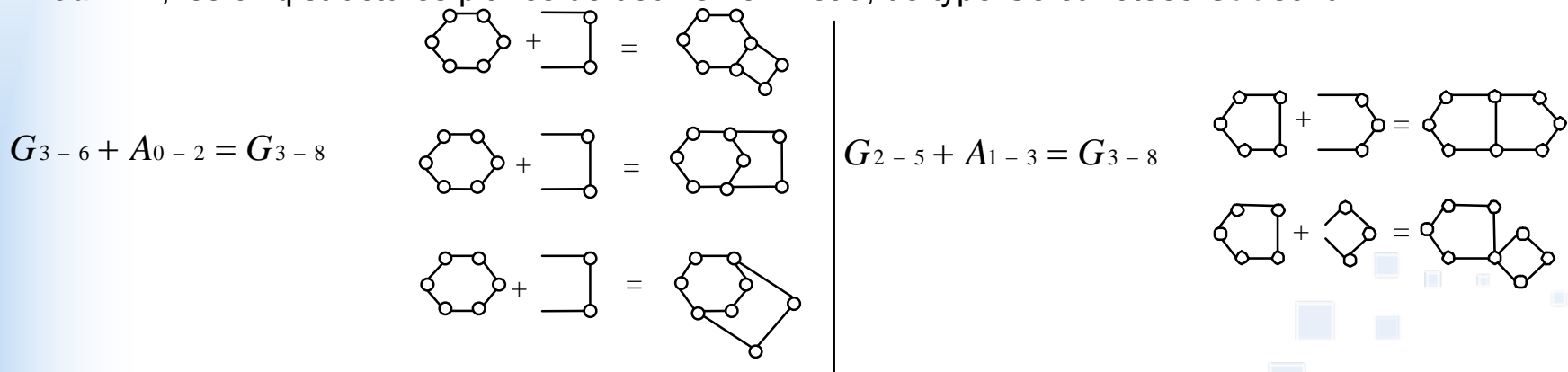
Tuttle [Tuttle 1996] : 35 structures

## Mécanismes à trois degrés de mobilité ( $M=3$ ) :

- Pour  $I=0$ , la seule structure cinématique de type G6, et noté  $G_{3-6}$ , est fournie par le schéma suivant :

équation logique	schéma	struct. fermée
$A_{1-3} + A_{1-3} = G_{3-6}$		

- Pour  $I=1$ , les cinq structures planes de deuxième niveau, de type G8 et notées  $G_{3-8}$  sont :



Mruthyunjaya [Mruthyunjaya 1987] : 6 structures

Hwang [Hwang 1992] : 7 structures

Vijayananda, [Vijayananda, 1994] : 7 structures

Wenhui [Wenhui, 1995] : 7 structures

25/08/2009

- **Pour  $l=2$** , les structures planes de troisième niveau, de type G10 et notées  $G_{3-10}$  sont obtenues à partir des 6 équations logiques suivantes :

$$G_{3-8} + A_{0-2} = G_{3-10} \quad (31)$$

$$G_{3-6} + A_{0-4} = G_{3-10} \quad (32)$$

$$G_{2-7} + A_{1-3} = G_{3-10} \quad (33)$$

$$G_{2-5} + A_{1-5} = G_{3-10} \quad (34)$$


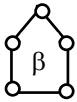
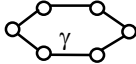
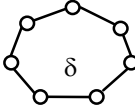
$$G_{1-6} + A_{2-4} = G_{3-10} \quad (35)$$

$$G_{1-4} + A_{2-6} = G_{3-10} \quad (36)$$

L'équation (31) donne 31 structures, (32) donne 34 structures, (33) donne 15 structures, (34) donne 11 structures, (35) donne 5 structures et (36) en donne 2 : soit au total 98 structures, aussi trouvées par Tischler et al. [Tischler 1995] en utilisant la méthode Melbourne.

T.S. Mruthyunjaya [Mruthyunjaya 1984] : 97 structures (en utilisant la méthode de transformation des chaînes binaires. )

- **Par contours** : Un contour est défini par la boucle fermée permettant de lire les couples cinématiques lui appartenant. On distingue deux types de contours :
  - Le **contour interne** est défini par la boucle fermée permettant de parcourir les couples cinématiques lui appartenant à « l'intérieur » de la structure. Il est représenté par un cercle simple et noté par une lettre minuscule de l'alphabet grec.
  - Le **contour externe** est défini par la boucle fermée permettant de parcourir les couples cinématiques lui appartenant à « l'extérieur » de la structure. Il est représenté par un cercle double et noté par une lettre majuscule de l'alphabet grec.

contour					...	...
notation	$\alpha$	$\beta$	$\gamma$	$\delta$	$\varepsilon$	...
C5	4	5	6	7	8	...

- **Par molécules** : Une molécule est constituée par des contours, liés entre eux par des couples cinématiques de classe 5 (représenté par un trait).

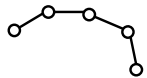
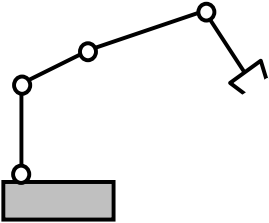


Ex1. Structure de Watt :  $\alpha$  contours internes,  $\Gamma$  contours externe avec :  $N=6$ ,  $C_5=7$ ,  $I=1$  et  $R=3$ .

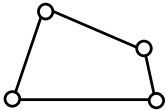
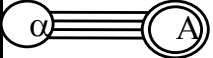
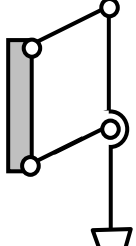
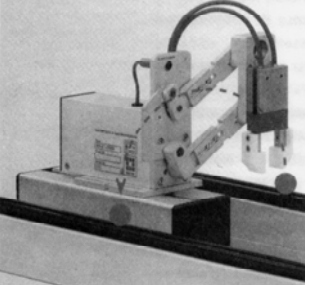
Structure	contours	notation	molécule
	interne externe $\alpha$ - $\alpha$ - $\Gamma$		

Ex2. Structures fermées de type G8 :  $\alpha, \beta$  et  $\gamma$  contours internes,  $\Gamma$  et  $\Delta$  contours externe

struct.	graphe cinématique	contours	Molécule
G1-8,3		$\gamma$ - $\alpha$ - $\alpha$ - $\Gamma$	
G1-8,10		$\alpha$ - $\beta$ - $\alpha$ - $\Delta$	

# Application a la description des structures principales de robots industriels

Graphe cinématique	contours	molécule	mécanisme	Robot Staübli RX90L
	non	non		
legende:  bâti				

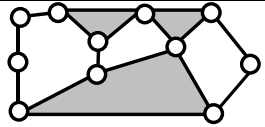
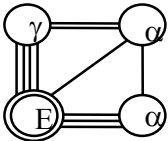
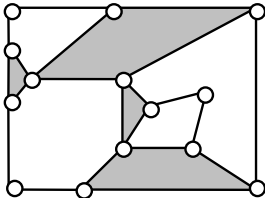
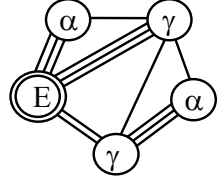
Graphe cinématique	contours	molécule	mécanisme	Robot Pick and Place
	$\alpha$ -A			

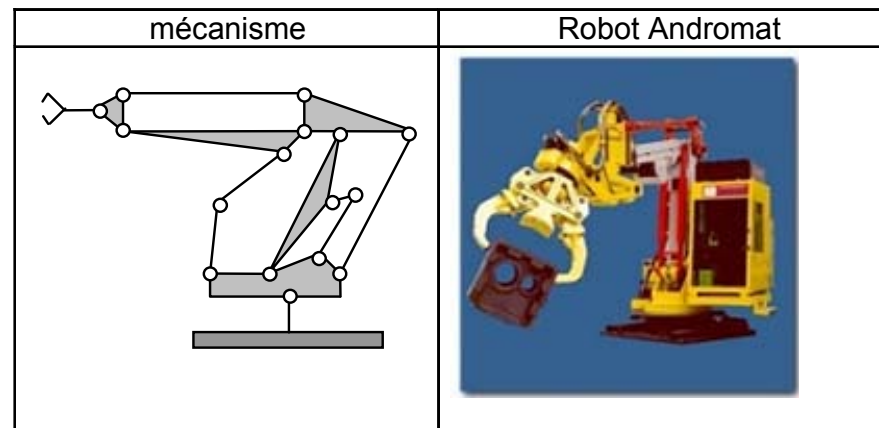
# Application a la description des structures principales de robots industriels

graphe cinématique	contours	molécule	mécanisme	Robot Mitsubishi Electric
	$\alpha-\beta-\alpha-\Delta$			

cinématique graphe	contours	molécule	mécanisme	Robot AKR-3000
	$\beta-\alpha-\Delta$			

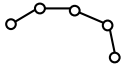
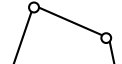
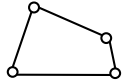
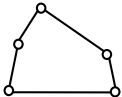
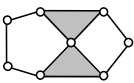
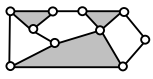
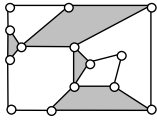
# Application a la description des structures principales de robots industriels

étape/ équation logique	graphe cinématique	contours	molécule
1) addition de 3 segments binaires et un degré de mobilité $G_{1,6} + A_{1,3} = G_{2,9}$		$\gamma-\alpha-\alpha-E$	
2) addition de 2 segments binaires $G_{2,9} + A_{0,2} = G_{2,11}$		$\alpha-\gamma-\alpha-\gamma-E$	





# Classification de structures des robots industriels

robot	Fabricant/Pays	structure principale du robot	contours	nb. des contours internes	niveau
Nordson	Nordson France		- (simple chaîne)	0	élémentaire
Robomatic	Binks Manufacturing Co.			0	
Cincinnati T3, HT3	Cincinnati		$\alpha$ -A	1	un
HPR-Hitachi	Milacron France		$\beta$ -B	1	un
RASN	AOIP Kremlin, Robotique AKR		$\beta$ - $\alpha$ - $\Delta$	2	deux
AS50VS	Mitsubishi Electric/ Japan		$\alpha$ - $\beta$ - $\alpha$ - $\Delta$	3	trois
Andromat	.../Sweden		$\alpha$ - $\gamma$ - $\alpha$ - $\gamma$ -E	4	quatre

- Une méthode symbolique pour la synthèse morphologique de chaînes cinématiques planes en robotique est proposée en appliquant des équations logiques associant des GSM de type A2, A4, A6 ... et structures fermées de type G4, G6, G8..
- Une méthode de description des structures par **contours** et **molécules** est présentée permettant de faire une classification des structures topologiques des robots.
- Cette méthode est ensuite appliquée pour la description des structures ainsi obtenues aussi bien pour la description de la topologie de la structure principale des robots industriels.

## .....et Perspectives

Il y a un nombre important de structures isomorphes concernant le choix de la position du bâti, de l'effecteur et des actionneurs.

Proposer une méthode permettant de réduire le nombre de mécanismes cinématiques issus de la TMM appliqués en robotique,

- basée sur l'exploitation de la **symétrie géométrique** des structures, les trois critères « d'optimisation » étant : le choix de la **position du bâti**, de **l'effecteur** et des **actionneurs** du robot
- en liant la problématique de conception topologique en robotique avec les outils de modélisation comme la **théorie des graphes** et **l'analyse combinatoire** (coopération avec l'équipe Optimisation Combinatoire de G-SCOP)

## Merci de votre attention

- Peter MITROUCHEV

E-mail: [Peter.Mitrouchev@g-scop.inpg.fr](mailto:Peter.Mitrouchev@g-scop.inpg.fr)

URL <http://www.g-scop.inpg.fr/>